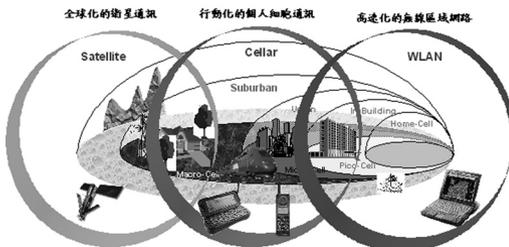


錯誤更正碼在寬頻通訊系統之運用與發展(上)

◎林高洲

壹、前言

隨著無線通訊需求與應用的蓬勃發展，社會多媒體訊息流通量的急遽增加，高傳輸率、高可靠度之鏈路要求與日俱增，尤其進入全球個人行動資訊化的科技洪流後，巨大的多媒體通訊量與全球無縫隙覆蓋需求，已確立無線寬頻通訊系統(Broadband Communication System)運用的主流地位，其無線寬頻通訊運用系統是包括行動化的個人蜂巢式通訊(Personal Cellular Communication)、高速化的無線區域網路(Wireless Local Network)及全球化的衛星通訊(Satellite Communication)系統，其整體運用架構如圖一所示，目前是透過整合運用將不同通訊系統連結起來，完成行動化、全球化之高傳輸及高品質無線通訊服務。



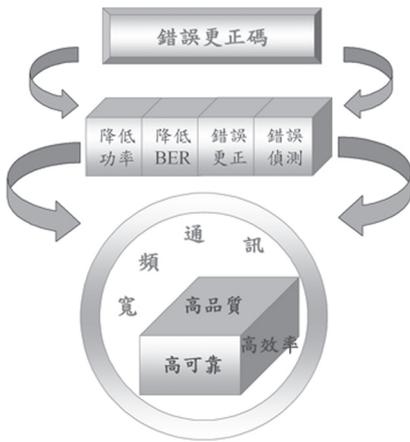
圖一：寬頻無線通訊系統整體運用架構示意圖

在寬頻通訊系統中，為達到高可靠、高品質及高效率傳輸能力，錯誤更正碼(Error Correction Code)已扮演舉足輕重的角色，同時發揮無可取代作用；通訊系統中的錯誤更正碼歸類為通道編碼(Channel Coding)，它不同於資料壓縮的訊源編碼(Source Coding)，目的在確保傳輸資料的正確性；資料在傳輸過程中可能因為傳輸媒介的可靠度不佳，或外在因素的干擾而遭到破壞(即資料產生錯誤)，錯誤更正碼的作用即是儘可能還原這些遭受破壞的資料(即將錯誤資料更正)。

錯誤更正碼已廣泛應用於有線通訊、無線通訊與許多的儲存媒體系統中，藉著加入額外且具結構特性之位元，用以達到傳輸過程中之位元錯誤偵測(Error Detection)，進而達到位元錯誤更正(Error Correction)能力，用以做到有效降低位元之錯誤率(Bit Error Rate, BER)並有效節省傳輸所需之功率；有關，錯誤更正碼在寬頻通訊系統中，主要運用之目的及其運用所欲達到之目標如圖二所示。

錯誤更正碼技術已日漸受到廣泛的重視，並被認為是達成高可靠、高品質及高效率通訊鏈路構連之有效途徑；基於錯誤更正碼技術日顯其重要性及運用日益成熟

考量，本文將針對錯誤更正碼在寬頻通訊系統之運用概念與方式予以陳述介紹外，並將說明有關錯誤更正碼技術之未來運用與發展趨勢，期能使讀者充分瞭解並掌握錯誤更正碼在寬頻通訊系統運用中之重要性與發展遠景。



圖二：錯誤更正碼在寬頻通訊系統運用之目的與目標示意圖

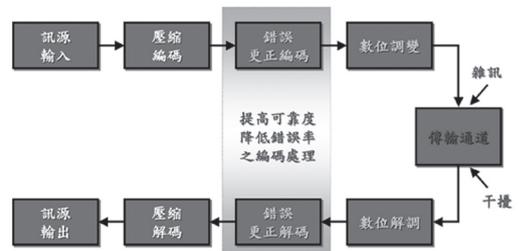
貳、錯誤更正碼的功用

在一般數位通訊系統(Digital Communication System)運用中(如圖三所示)，如何在存有通道雜訊(Noise)、多路徑衰落(Multipath Fading)或干擾(Interference)的情形下持續可靠且快速正確的傳遞資料，是通訊系統設計上的一大挑戰；這些問題都可以藉由錯誤更正碼的運用來解決或改善。

錯誤更正碼主要是在編碼時，加入具有結構特性之糾錯資訊(Error Detection And Correction Information)，即額外使用部分

頻寬傳輸額外位元，然後再經調變傳輸；在接收端經解調後之接收訊號，使用相對應之錯誤更正解碼，利用糾錯資訊來達成錯誤偵測與更正，進而達到降低位元錯誤率或降低天線傳輸功率需求的目標。綜言之，藉由錯誤更正編碼處理，便可以在不耗太大頻寬的前提下，大幅改善系統通信接收品質，或是在一個功率限制(Power Limit)條件限制下，如衛星通訊或軍事通訊系統，有效節約傳輸所需功率。

如上所述，錯誤更正碼是透過在欲傳輸之訊息中，有結構性的加入新的符元(Symbol)，或是將其轉化為長度更長的訊息，再利用這額外加入的冗餘(Redundancy)資訊，在接收端將錯誤的符元偵測出來並盡可能的更正回來。所以，在編碼之後的符元率(Symbol Rate)將大於等於輸入訊號的位元率，這種觀念和圖三之「壓縮編碼」是相對的；一個通訊系統的「壓縮編碼」(Compression Coding)是以「在能完全代表信號源輸出，並能在解碼後重建不失真的原始信號的原則下，有效降低傳輸所需之位元或符元數目」，亦即「壓縮編碼」要拿掉多餘的東西而「通道編碼」卻要加入多餘的位元。



圖三：一般數位通訊系統架構示意圖

因為傳輸通道存在雜訊、衰落或干擾，傳輸位元產生錯誤在所難免，錯誤更正碼主要目的就是將通道雜訊、衰落或干擾對信號的影響降到最低，故將錯誤更正碼稱之為通道編碼 (Channel Coding)；通道編碼基本的策略便是在通道編碼器這邊加入一些經過特殊設計的「多餘的」數位序列，在解碼時即可利用這些多餘的記號來修改因雜訊而可能產生的錯誤。這些多餘的東西當然都可以量化並有嚴格的數學定義，薛農 (Claude Elwood Shannon) 已證明拿掉和加入的東西之性質、作用都完全不同，分別代表通訊系統設計上兩個獨立的問題，必須分別處理。薛農也證明，無論通訊的過程中有何種嚴重的雜訊干擾，我們都可以找到適當的編碼和解碼方法，使得解碼後的信號錯誤率 (Error Probability) 任意地接近於零 (BER = 0)，只要傳送信號的速率不超過通道的容量 (Channel Capacity) C ；但是，如果傳輸速率超過這個容量 C ，則一定會存在傳輸錯誤而且收到的資訊很可能大部份不是訊息而只是一串無意義的符號。

1948年，三十二歲的薛農發表了現代通訊理論最重要的論文：「通訊的數學理論 (A mathematical theory of communication)」，這篇論文不但開創了一個全新的數學領域而且準確地預測所有通訊系統 (新的、舊的、未來的) 的基本限制與極限，並定義設計通訊系統的大方向與基本法則，這些準則定義已被視為通訊系統設計之「最高指導原則」；「通訊的數學理論」確定了編碼理論的基礎，並定義編碼任務是設計有效而可靠的通信系統，所謂「可靠」是要使信源發出的資訊 (Informa-

tion) 經過傳輸後，盡可能準確地、不失真地再現於接收端；所謂「有效」是在儘可能短的時間和儘可能少的資源來傳輸一定量的資訊。根據薛農無錯誤通道傳輸容量 (Error-Free Capacity) 公式：

$$C = W \log_2(1 + S/N) \quad (1)$$

其中：

C ：通道容量(Channel Capacity, bits/s)

W ：頻寬(Bandwidth, Hz)

S ：信號功率

N ：雜訊功率

S/N ：信號雜訊比

可知在固定容量的大小 C 下，功率與頻寬的大小可互為補償，而不會損耗信號的傳輸品質；即在要求的通道傳輸品質下，可以用較大的頻寬來換取較小的信號雜訊比。此外，式子(1)定義每一受雜訊干擾的通道均有一容量 C ，數位通訊系統中資料可透過錯誤更正碼保護，只要通道傳輸率 $R \leq C$ ，則一定可找到適當的編碼方法，使得因通道雜訊造成的資料錯誤可以減少到任意的小。

參、薛農極限

根據式子(1)，可利用雜訊的單邊功率譜密度 N_0 及位元能量 E_b 分別來表示雜訊功率及訊號功率，同時令傳輸率等於通道容量 ($R=C$)，即可獲得：

$$C = W \log_2 \left(1 + \frac{E_b C}{N_0 W} \right) \quad (2)$$



針對式子(2)，可進一步化簡為

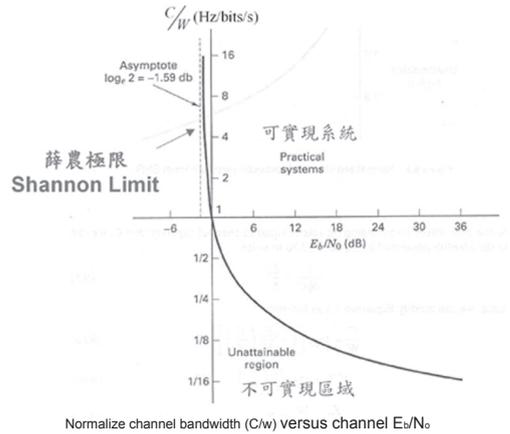
$$\begin{aligned} \frac{C}{W} &= \log_2 \left[1 + \frac{E_b}{N_0} \left(\frac{C}{W} \right) \right] \\ 2^{\frac{C}{W}} &= 1 + \frac{E_b}{N_0} \left(\frac{C}{W} \right) \\ \frac{E_b}{N_0} &= \frac{W}{C} (2^{\frac{C}{W}} - 1) \end{aligned} \quad (3)$$

由薛農式子(3)可知，當頻寬 W 趨於無窮大時，通道容量 C 不會趨於無窮，而是趨於一個漸進值。此時 $C/W \rightarrow 0$ ，因此則獲得一個漸進值：

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} &= e, \quad x = \frac{E_b}{N_0} \left(\frac{C}{W} \right) \\ \therefore \frac{C}{W} &= x \log_2 (1+x)^{\frac{1}{x}} \\ 1 &= \frac{E_b}{N_0} \log_2 (1+x)^{\frac{1}{x}} \\ \frac{E_b}{N_0} &= \frac{1}{\log_2 e} = 0.693 \\ \text{or, } \frac{E_b}{N_0} &= -1.6dB \end{aligned} \quad (4)$$

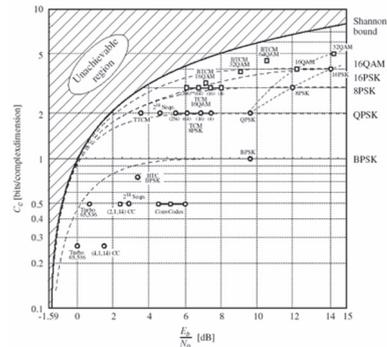
$\frac{E_b}{N_0} = -1.6dB$ 即稱之為加性薛農極限 (Shannon Limit)，這是頻寬無限的加性白高斯雜訊 (Additive White Gaussian Noise, AWGN) 通道達到通道容量所需的最低訊號雜訊比，是通信系統傳輸能力的極限；一位通訊工程師的最終夢想便是建造一個能達到薛農極限的通訊系統。

我們可根據式子(4)繪製如圖四示意，圖中除示意薛農極限值外，並明確定義出一個界線，在界線的右邊為一可實現的系統 (Practical System)。



圖四：薛農極限 (Shannon Limit) 示意圖

薛農的通道容量不但很清楚以數學告訴我們頻寬和功率如何影響系統性能、如何在「頻寬和功率」達到互補或互換、訊號雜訊比又如何影響通道容量；更重要的，薛農讓我們知道系統的複雜度 (Complexity) 是設計上可予以有效運用的資源，知道傳統的信號調變應該與通道編碼一起考慮（或者可以說，調變應是通道編碼的一部份）；此後，數位通訊的性能就能利用薛農的通道容量定理 (Shannon Capacity Theorem) 來評估之，如圖五所示。



圖五：薛農通道容量定理與數位調變關係示意圖

肆、雜訊對位元錯誤的影響

由於傳輸通道 (Transmission Channel) 上總是存在雜訊，雜訊對通訊工程師來講是最大的天敵也是最好的朋友，如果沒有各種雜訊對信號的干擾，百分之九十以上的通訊工程師都要失業；有了雜訊通訊工程師便要絞盡腦汁、費盡心機來應付解決，其中錯誤更正碼就是一種有效對抗雜訊的方法之一。

雜訊可分為兩類，一類是熱雜訊 (Thermal Noise 或 White Noise)，另一類是脈衝雜訊 (Impulse Noise)，熱雜訊引起的差錯是一種隨機錯誤 (Random Error)，亦即某個碼元的出錯具有獨立性，與前後碼元無關。脈衝雜訊是一種短暫不規則、非連續，且高振幅的雜訊，例如電機的啟動、停止，電器設備的放弧等，脈衝雜訊引起的差錯是成群的，其差錯持續時間稱為突發錯的長度，這種錯誤一刻稱之為突發錯誤 (Burst Error)。

大多數錯誤更正碼都是基於通道錯誤滿足統計獨立的特性而設計的，但實際通道往往是突發錯誤和隨機錯誤並存的組合通道，在這些通道中直接使用糾正隨機錯誤碼效果不好。另外，基於序列的解碼演算法，其錯誤也具有突發性。因此，錯誤更正碼的運用與設計需針對通道引發錯誤之不同特性做考量，一般會使用交織器 (Interleaver) 來打散傳輸資料用以對抗突發錯誤，並在接收端用解交織器 (Deinterleaver) 來還原被打散之傳輸資料。

交織技術是一種時間/頻率擴展技術，

它使得通道錯誤的相關度減小，在交織度足夠大時，就把突發錯誤離散成隨機錯誤，為正確解碼創造了更好的條件。嚴格地說，交織不是編碼，因為交織技術本身不產生冗餘碼元；但是，如果把編碼器和交織器看成一個整體，則新構成的“交織碼”具有更好的糾錯性能。

伍、錯誤更正碼的分類

錯誤更正碼基本上分為兩類，一是“自動要求更正 (Automatic Repeat Request, ARQ)”，另一是“前向錯誤更正 (Forward Error Correction, FEC)”。在這兩類基礎上又衍生出一種稱為“混合錯誤更正 (Hybrid Error Correction, HEC)”，分別說明如下：

(1) 自動要求更正(ARQ)：

ARQ是在傳送端採用某種能發現一定程度傳輸錯誤的簡單編碼方法對所傳情資進行編碼，加入少量監督碼元，在接收端則根據編碼規則來對收到的編碼信號進行檢查，一旦量檢測出有錯碼時，即向發信端發出詢問的信號，要求重發，即接收端並不執行錯誤更正的工作。傳送端收到詢問信號時，立即重發已發生傳輸差錯的那部分之資訊，直到正確收到為止，這種程序即構成自動要求更正編碼，其特點是編碼簡單，但延遲時間較長，一般適用於傳輸品質較好且對時間延遲較不敏感之通訊系統。

(2) 前向錯誤更正(FEC)：

FEC是傳送端採用某種在解碼時能糾正一定程度傳輸錯誤的較複雜的編碼方法，使接收端在收到信碼中不僅能發現錯



碼，還能夠糾正錯碼。採用前向錯誤更正方式時，不需要反饋通道，也無需反復重發而延誤傳輸時間，對即時傳輸有利，但是錯誤更正設備比較複雜，一般適用於長距離通信且對時間延遲較敏感之通訊系統。

(3) 混合錯誤更正(HEC)：

混合錯誤更正的作法是結合自動要求更正與前向錯誤更正兩種作法，接收端會根據接收訊息的錯誤狀況來決定錯誤更正作為；當少量錯誤發生時，接收端會使用前向錯誤更正自動糾正，但當錯誤量較嚴重，超出前向錯誤更正能力時，接收端則啟動自動要求更正作法，向傳送端發出詢問信號以要求重發。

對於不同類型的通訊運用，應採用不同的錯誤更正技術，否則事倍功半，自動要求更正可用於雙向資料通訊，前向錯誤更正技術用於單向數位信號的傳輸，例如廣播數位電視系統，因為這種系統沒有反饋通道。然目前的寬頻通訊運用則較多使用前向錯誤更正技術，故本文以介紹前向錯誤更正技術為主。

隨著數位通信技術的演進，前向錯誤更正技術已研究開發了各種不同的檢測、更正與控制之編碼方法，同時建立在不同的數學模型基礎上，使其具備不同的檢測與更正特性與能力；因此，目前可從不同的角度來對前向錯誤更正技術進行分類：

(1) 錯誤控制功能分類：

按照錯誤控制功能可分為檢錯碼、改錯碼和糾刪碼等。檢錯碼僅能做到位元錯誤偵知功能而無改正錯誤能力；改錯碼則不僅具備位元錯誤偵知功能，同時具備位元錯誤改正能力；至於糾刪碼則不僅具備位元錯誤偵知和改正錯碼的功能，而且當錯

誤超過改正範圍時，可進一步將無法糾錯的資訊刪除。

(2) 錯誤產生原因分類：

按照位元誤碼產生原因，可分為改正隨機錯誤碼與改正突發性錯誤碼。前者主要用於產生獨立的局部誤碼的通道，而後者主要用於產生大面積的連續誤碼的情況，例如磁帶數碼記錄中磁粉脫落而發生的資訊丟失。

(3) 碼元檢驗關係分類：

按照資訊碼元與附加的監督碼元間的檢驗關係可分為線性碼與非線性碼。如果資訊碼元與監督碼元兩者呈線性關係，即滿足一組線性方程式，就稱為線性碼；否則，兩者關係不能用線性方程式來描述，就稱為非線性碼。

(4) 碼元約束方式分類：

按照資訊碼元與監督附加碼元之間的約束方式之不同，可以分為區塊碼 (Block Code) 與捲積碼 (Convolutional Code)。在區塊碼中，編碼後的碼元序列每 n 位分為一區塊，其中包括 k 位元資訊碼元和 r 位元附加監督碼元，即 $n=k+r$ ，每組的監督碼元僅與本組的資訊碼元有關，而與其他組的資訊碼元無關。捲積碼則不同，雖然編碼後碼元序列也劃分為碼組，但每組的監督碼元不但與本組的資訊碼元有關，而且與前面碼組的資訊碼元也有約束關係。

(5) 碼元編碼形式分類：

按照資訊碼元在編碼之後是否保持原來的形式不變，又可分為系統碼與非系統碼。在系統碼中，編碼後的資訊碼元序列保持原樣不變，而在非系統碼中，資訊碼元會改變其原有的信號序列。由於原有碼位元發生了變化，使解碼電路更為複雜，故較少使用。

目前在寬頻通訊系統應用上，經常使用的碼是區塊碼，此種編碼是以一個特定大小的區塊為單位，故此得名；區塊碼每個碼字的 $n-k$ 個校驗位僅與本碼字的 k 個資訊元有關，而與其他碼字無關。為了達到一定的糾錯能力和編碼效率，分組碼的碼長一般都比較大。編解碼時必須把整個資訊碼組儲存起來，由此產生的解碼時延隨的增加而增加。在多種的區塊碼中以所羅門碼 (Reed-Solomon Code) 的應用最廣，所羅門碼的超強糾錯能力，使其被運用於眾多通信系統及光碟、磁記錄等技術的編碼方案，現有數位電視地面廣播國際標準也都選用了 RS 碼。除了糾錯能力強的優點外，一個 (n,k) 所羅門碼的最小距離和碼重分佈完全由 k 和 n 兩個參數決定，這非常便於根據指標設計所羅門碼，也是所羅門碼廣為應用的原因。

另一個常用的碼是捲積碼，此編碼是在連續的位元流上進行，此碼可以使用 Viterbi Algorithm 非常有效能的解碼，也被廣泛採用在各種通信系統之中。1955 年 Elias 發明了捲積碼。它也是將 k 個資訊元編成 n 個碼元，但 k 和 n 通常很小，特別適合以串列形式進行傳輸，時延小；與分組碼不同，捲積碼編碼後的 n 個碼元不僅與當前段的 k 個資訊元有關，而且與前面的 $N-1$ 段資訊有關，各碼字間不再是相互獨立的，碼字中互相關聯的碼元個數 $n \cdot N$ 。

陸、錯誤更正碼的發展

自從 1948 年薛農證明極優良錯誤更正碼的存在後，許多優秀的數學家、電機

工程研究人員投入大量的精力去尋找接近薛農所證明存在的極優良碼。但是，所找到之碼都只是差強人意，其相關技術在 1970 年代初已經相當完備，其後則難有突破。有人說「薛農已證明了大多數的錯誤更正碼都是極優良的碼；但是，凡人們找到的都是那少數不怎麼樣的碼」。

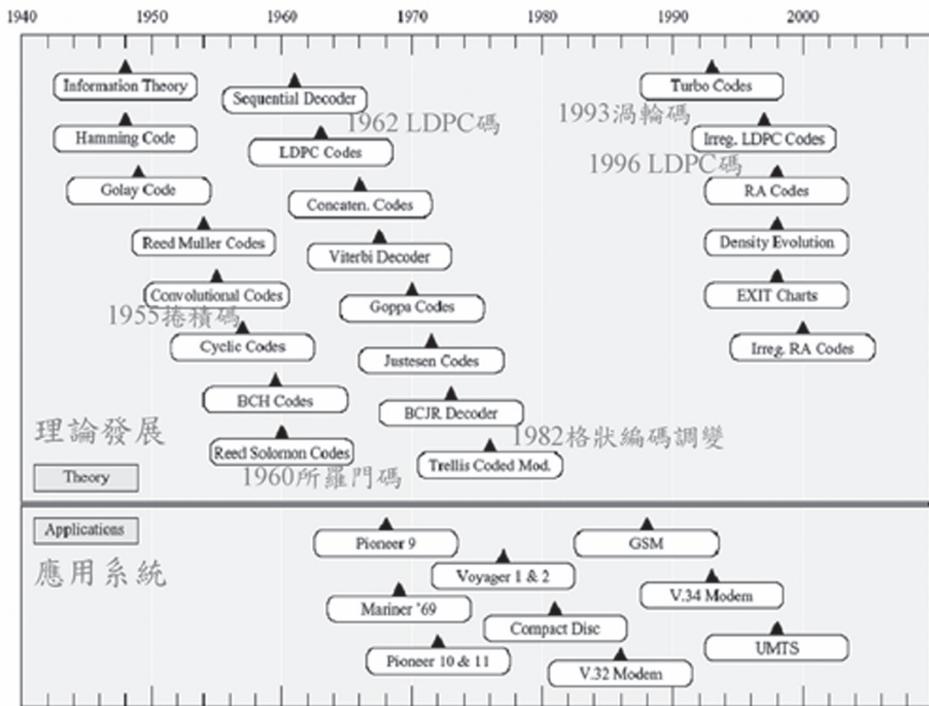
薛農所提出之證明一直困擾著通訊界；在八〇年代之前，即使是最好的通訊系統仍然離薛農極限有 9dB 之多。專家不禁懷疑，薛農的理論畢竟只是理論，實際通訊系統不可能達到那個境界。然於，1982 年瑞士的 Ungerboeck 教授提出了一套格狀編碼調變 (Trellis Code Modulation, TCM) 方法後，終於打破了三、四十年來的迷思，一下子推進了 4、5dB。從此，大家恢復了信心，薛農極限再度成為通訊工程師努力的目標。在 1982 年之前，編碼技術和調變技術是分開討論的，編碼增益的獲得主要是靠頻帶寬度的犧牲，但在格狀編碼調變中是將兩者合併一同考量，編碼的增益不需要犧牲頻寬，只需增加設計的複雜性即可。

錯誤更正碼在 1993 年跨出重大的腳步並取得極重要成果，三位法國科學家貝婁 (Claude Berrou)、葛拉維克斯 (Alain Glavieux) 和特帝馬士孟 (Punya Thitimajshima) 發明了一種新渦輪碼 (Turbo Codes)，這種錯誤更正碼若配合上遞迴式解碼法居然跟薛農極限只有小於 1 dB 的距離。兩年後，兩位英國劍橋大學的學者又發現了一種名叫低密度對偶檢查碼 (Low-Density Parity-Check Codes) 具有跟渦輪碼類似的性能，他們也發現這種改



錯碼事實上在 1963 年就由 MIT 電機系的 Gallager 教授發明了。低密度對偶檢查碼在當時由於解碼複雜度高（但跟渦輪碼差不多），被認為不具實用性而忽視了近四十年，直到二十世紀末由於電腦、微電子的進步才被「重新發現」；綜整五十餘年來的錯誤更正碼發展年表如圖六所示。

從圖六可知，各年代有各種新型的錯誤更正編碼方法不斷湧現；這五十年來錯誤更正碼的主要成就展現在兩方面：一為在功率有效性能方面，逐步逼近薛濃極限，目前差距僅0.1~0.07dB；另一為在速率有效性能方面，通過與高效率調變技術的有效結合，已能滿足寬頻行動通訊之高速傳輸要求。



圖六：錯誤更正碼發展年表示意圖